

令和4年度

II

II 数学

(10時10分～11時00分)

注意

- 問題用紙は3枚(3ページ)あります。
- 解答用紙はこの用紙の裏面です。
- 答えはすべて、解答用紙の所定の欄に記入下さい。
- 解答用紙の  の欄には記入してはいけません。

**注意**

- 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。  
ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。
- 2 円周率は $\pi$ を用いなさい。

1 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

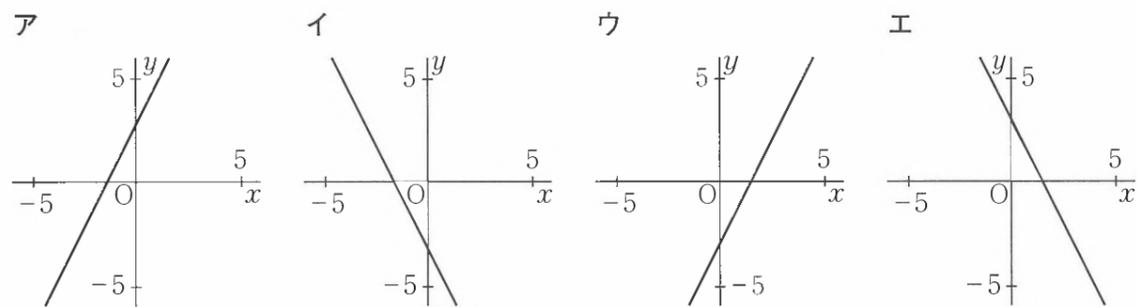
- ①  $3-9$
- ②  $\frac{7}{6} \times (-12)$
- ③  $5(a-2b)-2(2a-3b)$
- ④  $\sqrt{12} \times \sqrt{45}$

(2) 半径が5 cm、中心角が $72^\circ$ のおうぎ形の面積を求めなさい。

2 次の(1)～(5)の問いに答えなさい。

(1) 1枚の重さ $a$  gの原稿用紙16枚をまとめて、重さ $b$  gの封筒に入れると、全体の重さは250 g以上になった。このとき、数量の間の関係を、不等式で表しなさい。

(2) 下の図の $\mathbf{ア}$ ～ $\mathbf{エ}$ のグラフは、1次関数 $y=2x-3$ 、 $y=2x+3$ 、 $y=-2x-3$ 、 $y=-2x+3$ のいずれかである。1次関数 $y=2x-3$ のグラフを $\mathbf{ア}$ ～ $\mathbf{エ}$ の中から1つ選び、記号で答えなさい。

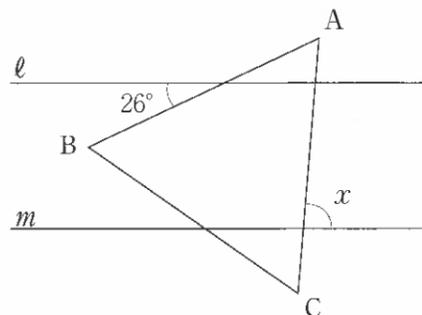


(3) 2次方程式 $(x-2)^2-6=0$ を解きなさい。

(4) 下の資料は、ある中学校の生徒10人の通学時間の記録を示したものである。この資料の生徒10人の通学時間の記録の中央値を求めなさい。

資料 18, 4, 20, 7, 9, 10, 13, 25, 18, 11 (単位: 分)

(5) 右の図で、 $\triangle ABC$ は正三角形であり、 $\ell \parallel m$ である。  
このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

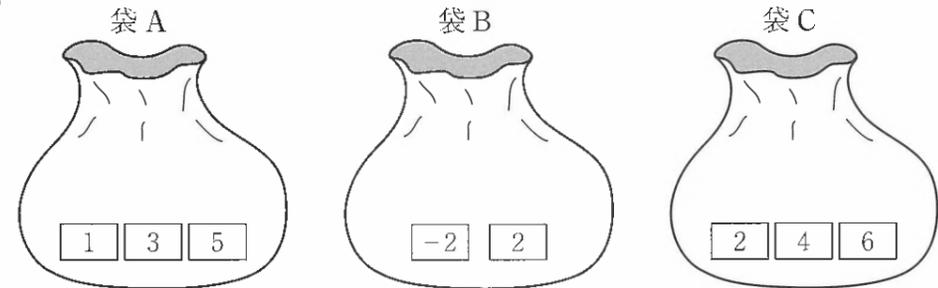


3 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 下の図のように、袋Aの中には1、3、5の整数が1つずつ書かれた3枚のカードが、袋Bの中には-2、2の整数が1つずつ書かれた2枚のカードが、袋Cの中には2、4、6の整数が1つずつ書かれた3枚のカードがそれぞれ入っている。

3つの袋A、B、Cから、それぞれ1枚のカードを取り出す。このとき、袋Aから取り出したカードに書かれた整数を $a$ 、袋Bから取り出したカードに書かれた整数を $b$ 、袋Cから取り出したカードに書かれた整数を $c$ とする。

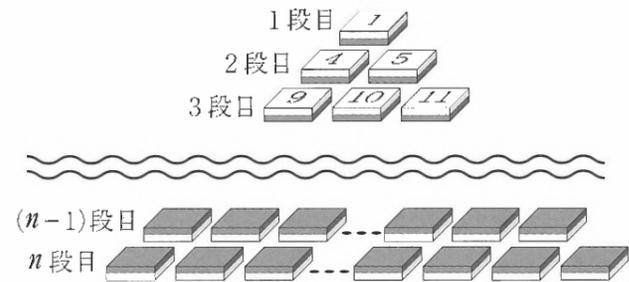
ただし、3つの袋それぞれにおいて、どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。



- ①  $ab+c=-4$ となる場合は何通りあるか求めなさい。
- ②  $ab+c$ の値が正の数となる確率を求めなさい。

(2) 右の図のように、自然数が書かれた積み木がある。

1段目の左端の積み木には $1^2=1$ 、2段目の左端の積み木には $2^2=4$ 、3段目の左端の積み木には $3^2=9$ となるように、各段の左端に、段の数の2乗の自然数が書かれた積み木を並べる。



次に、1段目には1個、2段目には2個、3段目には3個のように、段の数と同じ個数の積み木を並べる。2段日以降は、左端の積み木から右へ順に、積み木に書かれた自然数が1ずつ大きくなるように、積み木を並べる。

$n$ 段目の右端の積み木に書かれた自然数を $a$ 、 $(n-1)$ 段目の右端の積み木に書かれた自然数を $b$ とする。ただし、 $n$ は8以上の自然数とする。また、図の $n$ 段目と $(n-1)$ 段目の積み木は、裏返した状態である。

- ① 8段目の右端の積み木に書かれた自然数を求めなさい。
- ② 2つの自然数 $a$ 、 $b$ について、 $a-b$ を計算すると、どのようなことがいえるか。次の $\mathbf{ア}$ ～ $\mathbf{ウ}$ の中から正しいものを1つ選び、解答用紙の( )の中に記号で答えなさい。  
また、 $a$ 、 $b$ を、それぞれ $n$ を使った式で表し、選んだものが正しい理由を説明しなさい。

- $\mathbf{ア}$   $a-b$ は、いつでも偶数である。  
 $\mathbf{イ}$   $a-b$ は、いつでも奇数である。  
 $\mathbf{ウ}$   $a-b$ は、いつでも3の倍数である。

- 4 そうたさんとゆうなさんが、下の<ルール>にしたがい、1枚の重さ5gのメダルA、1枚の重さ4gのメダルBをもらえるじゃんけんゲームを行った。

<ルール>

- (1) じゃんけんの回数
- 30回とする。
  - あいこになった場合は、勝ち負けを決めず、1回と数える。
- (2) 1回のじゃんけんでもらえるメダルの枚数
- 勝った場合は、メダルAを2枚、負けた場合は、メダルBを1枚もらえる。
  - あいこになった場合は、2人ともメダルAを1枚、メダルBを1枚もらえる。

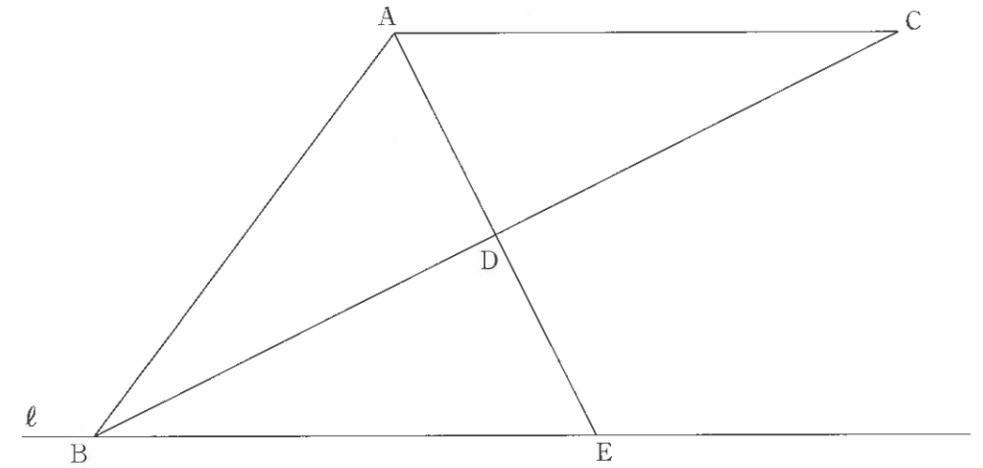
ゲームの結果、あいこになった回数は8回であった。

また、そうたさんが、自分のもらったすべてのメダルの重さをはかったところ、232gであった。

このとき、そうたさんとゆうなさんがじゃんけんて勝った回数をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

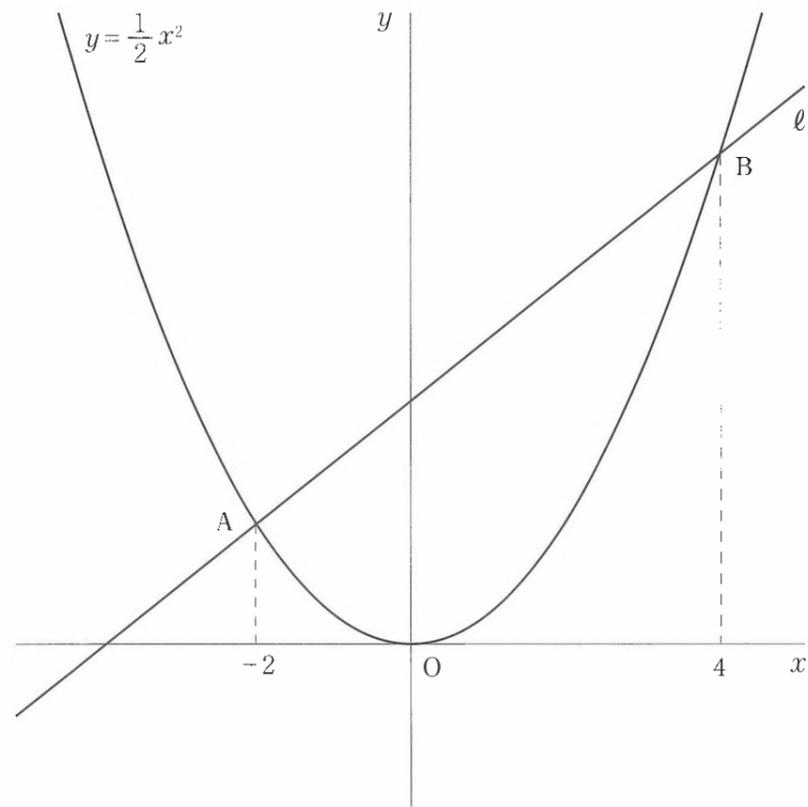
- 5 下の図のように、 $\triangle ABC$ があり、直線 $\ell$ は点Bを通り辺ACに平行な直線である。また、 $\angle BAC$ の二等分線と辺BC、 $\ell$ との交点をそれぞれD、Eとする。 $AC=BE$ であるとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ となることを証明しなさい。



- 6 下の図のように、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフと直線  $l$  があり、2点 A, B で交わっている。  $l$  の式は  $y = x + 4$  であり、A, B の  $x$  座標はそれぞれ  $-2$ ,  $4$  である。

A と  $x$  軸について対称な点を C とするとき、次の (1) ~ (3) の問いに答えなさい。

- (1) 点 C の座標を求めなさい。
- (2) 2点 B, C を通る直線の式を求めなさい。
- (3) 関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に点 P をとり、P の  $x$  座標を  $t$  とする。ただし、 $0 < t < 4$  とする。  
 $\triangle PBC$  の面積が  $\triangle ACB$  の面積の  $\frac{1}{4}$  となる  $t$  の値を求めなさい。

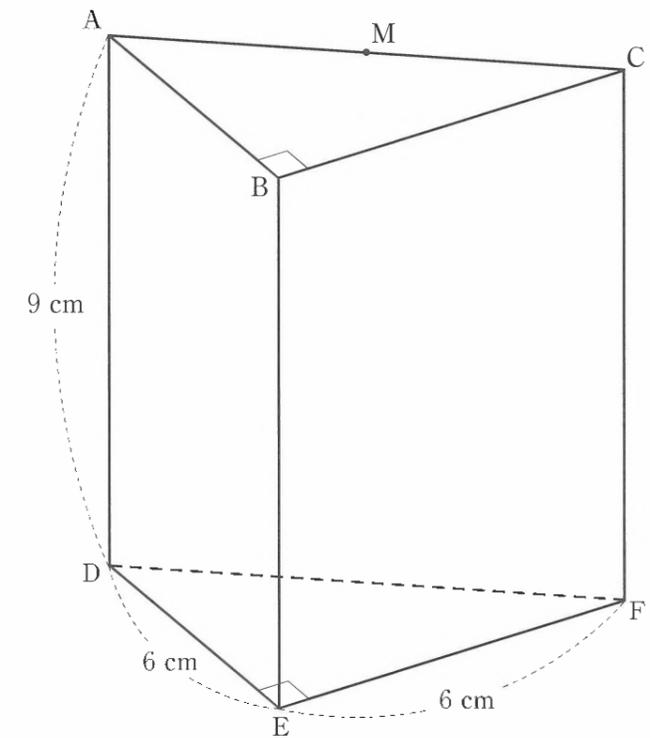


- 7 下の図のような、底面が  $DE = EF = 6$  cm の直角二等辺三角形で、高さが 9 cm の三角柱がある。

辺 AC の中点を M とする。

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

- (1) 線分 BM の長さを求めなさい。
- (2) 辺 BE 上に、 $\triangle APC$  の面積が  $30$   $\text{cm}^2$  となるように点 P をとる。
  - ① 線分 PM の長さを求めなさい。
  - ② 3点 A, C, P を通る平面と点 B との距離を求めなさい。



# 4 数 学

50 点満点

問 題		正 解		標準配点	備 考	問 題		正 解		標準配点	備 考
大	小					大	小				
1	(1)	①	-6	2		4	[求める過程の例]		5		
		②	-14	2							
		③	$a-4b$	2							
		④	$6\sqrt{15}$	2							
	(2)	$5\pi$	$\text{cm}^2$	2			<p>そうたさんが勝った回数を <math>x</math> 回, ゆうなさんが勝った回数を <math>y</math> 回とする。          そうたさんの負けた回数は <math>y</math> 回と表される。          そうたさんの勝った回数は <math>x</math> 回, 負けた回数は <math>y</math> 回, あいこの回数は 8 回であるから,  <math>x+y+8=30</math>          これを整理して,  <math>x+y=22</math> ..... ①          そうたさんがもらったメダル A の枚数は <math>(2x+8)</math> 枚, メダル B の枚数は <math>(y+8)</math> 枚と表される。          そうたさんがもらったすべてのメダルの重さが 232 g であるから,  <math>5 \times (2x+8) + 4 \times (y+8) = 232</math>          これを整理して,  <math>5x+2y=80</math> ..... ②          ①, ②を連立方程式として解いて,  <math>x=12, y=10</math>          これらは問題に適している。</p> <p>答 { そうたさんが勝った回数 <u>12</u> 回          ゆうなさんが勝った回数 <u>10</u> 回</p>				
2	(1)	$16a+b \geq 250$		2		5	[証明の例 1]		5		
	(2)	ウ		2							
	(3)	$x=2 \pm \sqrt{6}$		2							
	(4)	12	分	2							
	(5)	86	度	2							
3	(1)	①	2	通り	2	6	(1)	$C(-2, -2)$	1		
		②	$\frac{11}{18}$		2						
	(2)	①	71		1						
		②	(ア) [理由の例] $n$ 段目の左端の数は $n^2$ で, $n$ 段目には連続する自然数が $n$ 個並んでいることから, $a = n^2 + (n-1) = n^2 + n - 1$ また, $(n-1)$ 段目の左端の数は $(n-1)^2$ で, $(n-1)$ 段目には連続する自然数が $(n-1)$ 個並んでいることから, $b = (n-1)^2 + (n-2) = n^2 - n - 1$ よって, $a - b = (n^2 + n - 1) - (n^2 - n - 1) = n + n = 2n$ $n$ は自然数であるから, $2n$ は偶数である。 以上より, $a - b$ は, いつでも偶数である。	3							
		(1)		$3\sqrt{2}$	cm		1				
7	(2)	①		$5\sqrt{2}$	cm	2					
		②		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	cm	3					

※部分点については, 各校において統一した基準を設けて採点するものとする。